電磁気学 B 試験問題　　— 図, 文, 式を使って説明し, 答えを求めよ —　　2025 年 2 月 7 日

1　電場と磁場

問 1-1.　図 1(a) のように, 電気量 $q > 0$ と $-q$ の電荷が, それぞれ, z 軸上 $(0,\ 0,\ d/2)$ と $(0,\ 0,\ -d/2)$ の位置にある．電気力線の概略図を描け．次に, z 軸上の静電場 $\boldsymbol{E}_1$ を成分で表せ．

問 1-2.　電荷間の距離 d に比べ十分に離れた z 軸上の点における電場 $\boldsymbol{E}_1$ を, 近似で d について 1 次まで求め $\boldsymbol{E}_2$ とし, $\boldsymbol{E}_2$ を成分で表せ．また, 電気双極子モーメント $\boldsymbol{p} = (0,\ 0, qd)$ を使って $\boldsymbol{E}_2$ を表せ．

問 1-3.　図 1(b) のように, xy 平面内においた半径 a の 1 回巻きの円形回路に定常電流 I を流した．この円電流による磁束線の概略図を描け．次に, ビオ-サバールの法則を使い, z 軸上の磁場 $\boldsymbol{B}_3$ を求めよ．円の中心を原点とする．

問 1-4.　電場 $\boldsymbol{E}_1$ と磁場 $\boldsymbol{B}_3$ の類似点と相違点に注目し比較せよ．

問 1-5.　図 2(a) のように, z 軸上においた十分に長い導線に電流 I を流した．xy 平面における磁束線の概略図を描け．次に, アンペールの法則を使い, 点 $(x,\ y,\ 0)$ における磁場 $\boldsymbol{B}_5$ を成分で表せ．

問 1-6　図 2(b) のように, 2 本の導線を x 軸方向に d だけ離し, z 軸に平行においた．それぞれの導線には, 同じ強さ I の電流を逆向きに流した．xy 平面における磁束線の概略図を描き, 点 $(x,\ 0,\ 0)$ における磁場 $\boldsymbol{B}_6$ を成分で表せ．

問 1-7　導線間の距離 d に比べ, 十分に離れた x 軸上の点における磁場 $\boldsymbol{B}_6$ を, d の 1 次まで展開して $\boldsymbol{B}_7$ とし, $\boldsymbol{B}_7$ を成分で表せ．

問 1-8　図 2(b) の平行線回路について考える．外部から加えられた時間変化する磁場により平行線回路に誘導起電力が発生する．この誘導起電力が平行線回路にとって迷惑な雑音だと考えられるとき, この雑音を小さくしたい．どのように対策をしたらよいか, 磁場 $\boldsymbol{B}_6$ と相反定理を使って説明せよ．

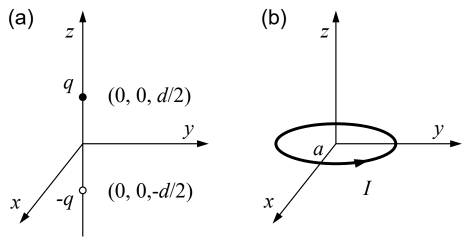

図 1

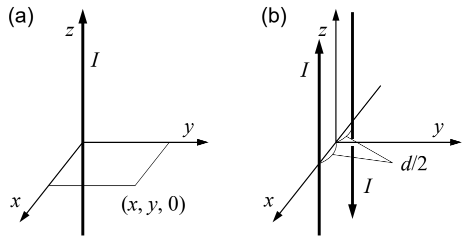

図 2

ガウスの法則

$$\int_S \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

アンペールの法則

$$\int_C \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{s} = \mu_0 \int_S \boldsymbol{i} \cdot d\boldsymbol{S}$$

ビオ-サバールの法則

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_C \frac{\boldsymbol{I}(\boldsymbol{r}') \times (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|^3} ds$$

2　重ね合わせと干渉

問 2-1.　電場 $\boldsymbol{E}$ と磁場 $\boldsymbol{B}$ に関するマクスウェルの方程式より, 電場や磁場は重ね合せが可能であることを示せ．

問 2-2.*　スクリーンを照らす光の明るさは, 電場や磁場そのものではなく, 単位時間あたりに単位面積のスクリーンを照らす光エネルギーに比例する．2 つの電磁波（電場は, それぞれ, $\boldsymbol{E}_1$ と $\boldsymbol{E}_2$）を重ねてスクリーンに照射するときの明るさについて，単位体積あたりの電磁波のエネルギー $u = \dfrac{\varepsilon_0}{2}|\boldsymbol{E}|^2 + \dfrac{1}{2\mu_0}|\boldsymbol{B}|^2$, 電磁波の速さ c, エネルギー等分配則を使って, 述べよ．

マクスウェルの方程式

$$\mathrm{div}\boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\mathrm{div}\boldsymbol{B} = 0$$

$$\mathrm{rot}\boldsymbol{B} - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = \mu_0 \boldsymbol{i}$$

$$\mathrm{rot}\boldsymbol{E} + \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = 0$$