電磁気学B　試験問題　―― 図, 文, 式を使って説明し，答えを求めよ ――　2019 年 1 月 25 日

1　環状電流

ビオ・サバールの法則

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_C \frac{\boldsymbol{I}(\boldsymbol{r}') \times (\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}ds$$

問 1-1. 半径 a の円形回路に強さ I の定常電流を流した。 図を描きビオ・サバールの法則を用いて，この電流が円の中心 O を通り円の面に垂直な直線 ℓ 上につくる磁束密度を求めよ。

問 1-2. 半径 a の二つの円形回路を，それぞれの中心軸が一致するように，距離 b だけ離して置いた。 どちらの回路にも強さ I の電流を同じ向きに流したとき，両者の中点における磁束密度を求めよ。 また，二つの回路にはたらく力について述べ，力の向きを図に示せ。

問 1-3. 上の二つの円形回路に，強さ I の電流を互いに逆向きに流したとき，両者の中点における磁束密度を求めよ。 また，二つの回路にはたらく力について述べ，力の向きを図に示せ。

問 1-4. 半径 a の二つの円形回路 O と A を，円 O の中心が原点，円 A の中心が x 軸上になるように置いた。円 A は面の法線が z 軸に平行に固定され，円 O は y 軸まわりに回転できるが円 A にはぶつからない。両回路に強さ I の電流を流したとき，両回路に流れる電流の向きと，円 O の安定な向きを図示し，その理由を述べよ。

2　振動電流

図 1 のように，交流電源 $\phi(t) = \phi_0 \cos\omega t$，電気抵抗 R，コイル L，コンデンサー C を直列につないだ。

問 2-1. 図中矢印の向きを正とし，抵抗両端の電位差 ϕ_{R} とコイル両端の電位差 ϕ_{L} を電流 $I(t)$ で表せ。

問 2-2. コンデンサー両端の電位差 ϕ_{C} を，符号に注意し，コンデンサーに蓄えられる電荷 $Q(t)$ で表せ。

問 2-3. 回路を一周すると電位が元に戻ることより，起電力 $\phi(t)$, 電流 $I(t)$, 電荷 $Q(t)$ の微分方程式を求めよ。

問 2-4. 電流 $I(t)$ と電荷 $Q(t)$ の関係を求めよ。

問 2-5. 複素関数 $\widetilde{\phi}(t) = \phi_0\, e^{i\omega t}$, $\widetilde{I}(t) = \widetilde{I}\, e^{i\omega t}$, $\widetilde{Q}(t) = \widetilde{Q}\, e^{i\omega t}$ を，それぞれ，問 2-3 と問 2-4 の $\phi(t)$, $I(t)$, $Q(t)$ とみなし，$\widetilde{I}, \widetilde{Q}$ の連立方程式を求めよ。

問 2-6. 前問の連立方程式を解き，$\widetilde{I}$ を求めよ。

問 2-7. $\widetilde{I}(t)$ の実部 $I(t)$ の振幅 I_0 を求めよ。 次に，I_0 と ω の関係をグラフに描き，I_0 の最大値，そのときの角周波数 ω_0，$I(t)$ の位相 θ_0 を求めよ。　以下では，$\omega = \omega_0$ とする。

問 2-8. $\phi(t)$ の位相に注意し，電流 $I(t)$ と電荷 $Q(t)$ のグラフを描け。

問 2-9. コンデンサーに蓄えられるエネルギー $\dfrac{1}{2}C\phi_{\mathrm{C}}^2(t)$ を描け。

問 2-10. コイルに蓄えられるエネルギー $\dfrac{1}{2}LI^2(t)$ のグラフを描け。

問 2-11. 問 2-9，問 2-10，および，抵抗で発生するジュール熱よりエネルギーの保存について述べよ。

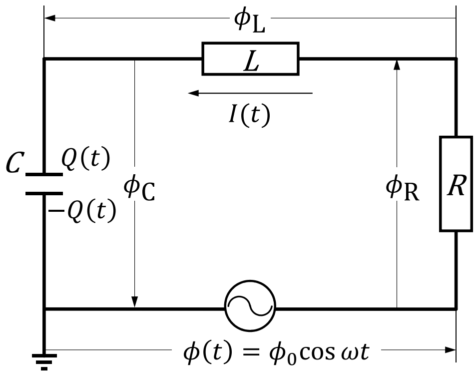

図 1: 起電力 $\phi(t)$ の交流電源，電気抵抗 R の抵抗，インダクタンス L のコイル，静電容量 C のコンデンサーを直列につないだ回路