電磁気学B　試験問題　—— 図, 文, 式を使って説明し，答えを求めよ ——　2018 年 1 月 30 日

1　水素原子

水素原子では，陽子のまわりを電子が半径 a，角速度 ω の円運動をしているという。以下では，電子の質量を m_e，電気素量を $e\,(>0)$，真空の誘電率を ε_0 とする。電子の運動による電流 I，円運動の円の面積 S の記号は説明文で使ってよいが，各問の答えでは使わない。

問 1-1 電子の円運動の概要を図に描き，陽子を原点とした電子の位置ベクトル $\boldsymbol{r}$，速度 $\boldsymbol{v}$，軌道角運動量 $\boldsymbol{L} = m_e \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{v}$，電子の運動による磁気双極子モーメント $\boldsymbol{m} = IS\boldsymbol{n}$ を表す矢印を描き入れよ。

問 1-2 円運動の向心力は m_e, ω, a の積（べき乗を含む）である。次元解析により向心力の大きさを求めよ。

問 1-3 円運動の向心力はクーロン力である。電流と磁気双極子モーメントの大きさ I, m を求めよ。

問 1-4 磁気双極子モーメントと軌道角運動量の大きさの比 m/L を求めよ。

問 1-5 電子の運動により生じる磁場の概略を，（問 1-1 とは別の新たな）図に示せ。

問 1-6 ビオ・サバールの法則を使い，円の中心における磁束密度の大きさ B_0 を求めよ。

問 1-7 磁化 M は単位体積あたりの磁気双極子モーメントである。水素原子の占める体積を半径 a の球として，比 $B_0/\mu_0 M$ を求めよ。

ビオ・サバールの法則

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_C \frac{\boldsymbol{I}(\boldsymbol{r}') \times (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|^3} ds$$

2　発電機

図 1 のように，一辺の長さ a で 1 回巻の正方形回路を，磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の一様な静磁場中におき，磁場に垂直な軸のまわりに一定の角周波数 ω で回転させた。

問 2-1. 回路の法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ と磁場のなす角を θ とするとき，$\boldsymbol{n}$ の向きに回路を貫く磁束 Φ を求めよ。

問 2-2. 磁束 Φ の時間変化より，コイルに発生する誘導起電力 ϕ_{em} の時間変化を求めよ。ただし，$\theta = \omega t$，ABCD の向きに電流を流すような誘導起電力を正とする。

問 2-3. 導線中の伝導電子にはたらくローレンツ力（$q\boldsymbol{E} + q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$）より，回路の各辺に生じる誘導起電力を求め，回路全体に生じる起電力を時間の関数として求めよ。

問 2-4. 回路に電気抵抗 R をつないだとき流れる電流 I を求め，抵抗 R で消費する単位時間あたりのエネルギー（ジュール熱）W の時間変化を求めよ。

問 2-5. 静磁場中で電流が流れているので，回路には偶力がはたらく。偶力のモーメント（$\boldsymbol{N} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$）の大きさを求め，偶力のモーメントの向きを図示せよ。（$\Delta\boldsymbol{F} = \boldsymbol{I} \times \boldsymbol{B}\ \Delta s$）

問 2-6. 回路を一定の角周波数 ω で回転させるため，偶力に逆らって回路にする単位時間あたりの仕事を求めよ。

問 2-7. 問 2-4 と問 2-6 の結果を比較し，発電機のエネルギー収支について述べよ。

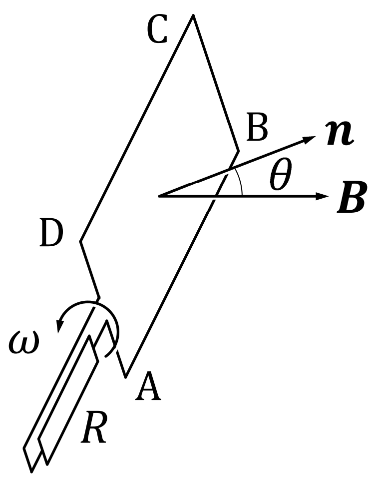

図 1: 静磁場中で回転する正方形回路