電磁気学 B　試験問題　—— 図, 文, 式を使って説明し，答えを求めよ ——　2017 年 1 月 27 日

1　導体中の電場

図 1 のように，導体球 A（半径 a），それと同心の導体球殻 B（半径 b，厚さ $c-b$）がある。

問 1-1. 一様な静電場中に導体 A, B をおき，導体 B を接地した。 導体 B 外部の空間，導体 B 内部，導体 B と導体 A にはさまれた空間，導体 A 内部における電場や電荷分布の概略を図に示し，そのようになる理由を説明せよ。

静電場をゼロにし，導体 A, B にはさまれた空間を電気伝導率 σ の導体 X で満たした後，導体 A を正電極にして電流 I を流した。ここで，導体 A, B の電気伝導率は σ に比べ十分に大きいとする。

問 1-2. 中心から r の位置（$a < r < b$）における電流密度の向きと強さ $i(r)$ を求めよ。

問 1-3. オームの法則 $\boldsymbol{i} = \sigma \boldsymbol{E}$ より，電場の強さ $E(r)$ を求めよ。

問 1-4. 導体 A の電位 ϕ_{A} を求めよ。

問 1-5. 導体 X の電気抵抗 R を求めよ。

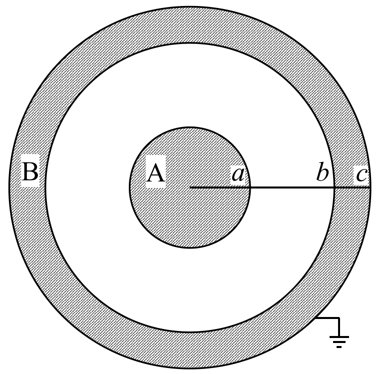

図 1: 導体球 A と中心が一致するように導体球殻 B をおき接地する。

2　ホール効果

半径 a の円柱状の長い導線において，導線の正電荷密度 ρ_+（> 0）と伝導電子の電荷密度 ρ_-（< 0）は $\rho_+ + \rho_- = 0$ の関係にある。 図 2 のように，この導線に一様な電流 I を流すと，磁束密度 $\boldsymbol{B}$ が発生し，電荷密度 ρ_- が変化する。必要であれば，円柱座標の基底ベクトルを $\boldsymbol{e}_r, \boldsymbol{e}_\varphi, \boldsymbol{e}_z$ とし，$\mathrm{div}\boldsymbol{E} = \nabla \cdot \boldsymbol{E} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial(rE_r)}{\partial r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi} + \dfrac{\partial E_z}{\partial z}$ を使え。

問 2-1. 電流密度 $\boldsymbol{i}$ の成分 (i_r, i_φ, i_z) を伝導電子の電荷密度 ρ_-（< 0）と平均の速さ v（> 0）で表せ。

問 2-2. I を使って電流密度の強さ $i = |\boldsymbol{i}|$ を表わせ。

問 2-3. 系の対称性とアンペールの法則より，円柱の軸からの距離 r の $0 < r < a$ と $a < r$ の場合について，磁束密度の向きと強さを求めよ。（電流密度の強さ i を使え）

アンペールの法則　$\displaystyle\int_C \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{s} = \mu_0 \int_S \boldsymbol{i} \cdot d\boldsymbol{S}$

ガウスの法則　$\mathrm{div}\boldsymbol{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$

問 2-4. 伝導電子にはたらくローレンツ力の向きと強さを求めよ。

問 2-5. 電流を流すことにより，電荷密度の大きさ $|\rho_-|$ は増えるか減るか？ 問 2-3 の結果を使い，定性的に説明せよ。

問 2-6. 定常状態では，伝導電子にはたらくローレンツ力と電場からの力がつりあう。 導体内の電場を成分で表わせ。

問 2-7. ガウスの法則より，電荷分布 ρ を求めよ。ここで，$\varepsilon_0\mu_0 = 1/c^2$（$c$：真空中の光速）を使ってもよい。

問 2-8. $\rho = \rho_+ + \rho_-$ により，ρ_- を ρ_+ で表わせ。

問 2-9. 導線は全体として電気的中性なので，ρ_- が変化した分だけ導体表面に電荷が現れる。 電荷の表面密度を求めよ。

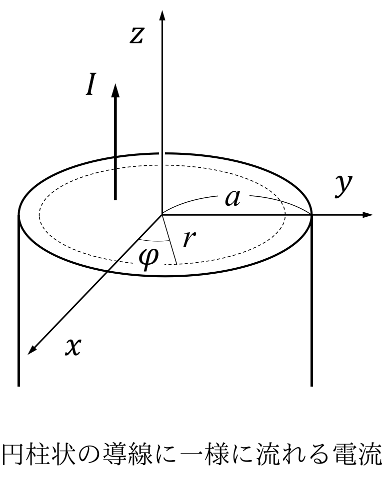

図 2: 円柱状の導線に一様に流れる電流 I