電磁気学B　試験問題 —— 図, 文, 式を使って説明し，答えを求めよ ——　2016 年 1 月 22 日

1　アンペールの法則と電磁誘導

アンペールの法則（積分形）　$\int_C \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{s} = \mu_0 I$

自己インダクタンス L　$\Phi = LI$

問 1-1. 導線を単位長さあたり n 回巻いた，断面積 S，十分な長さ ℓ のソレノイドに電流 I を流した。アンペールの法則を用い，ソレノイド内外の磁束密度 $\boldsymbol{B}_{\rm in}, \boldsymbol{B}_{\rm out}$ を求めよ。

問 1-2. 上のソレノイドの自己インダクタンス L を求めよ。

図 1 のように，起電力 φ の電池，自己インダクタンス L のコイル，電気抵抗 R の抵抗を直列につなぎ，時刻 $t=0$ にスイッチを閉じた。 回路を一周すると，電位は元に戻る。

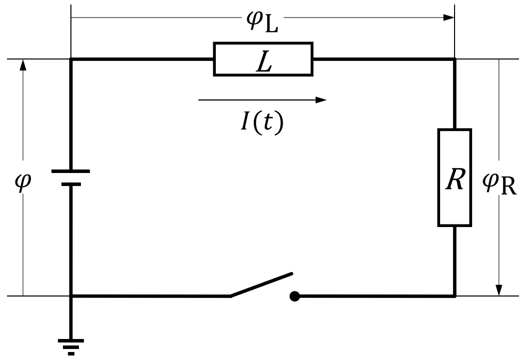

図 1: 起電力 φ の電池，自己インダクタンス L のコイル，電気抵抗 R の抵抗を直列につなぐ

問 1-3. 電流 $I(t)$ について微分方程式をたてよ。

問 1-4. 上の微分方程式を解き，初期条件 $I(0)=0$ をみたす電流 $I(t)$ を求めよ。

問 1-5. 電流 $I(t)$ の時間変化をグラフで表わし，特徴的な時間と電流の強さをグラフに記せ。

2　変位電流とポインティング・ベクトル

図 2 のように，電荷 Q_0 を蓄えたコンデンサーに電気抵抗 R の抵抗とスイッチをつないだ。十分に広い面積 A の円形電極の距離は d，電極間は真空である。

ガウスの法則（積分形）　$\int_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S} = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$

マクスウェル - アンペールの法則（微分系）

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{B} = \mu_0\left(\boldsymbol{i} + \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}\right)$$

問 2-1. ガウスの法則(積分形)を用いて電極間の電場 $\boldsymbol{E}$ を求めよ。

問 2-2. 問 2-1 の結果より，コンデンサーの静電容量 C を求めよ。

問 2-3. コンデンサーに蓄えられたエネルギー T を求めよ。

問 2-4. 時刻 $t=0$ にスイッチを閉じた。 回路に流れる実電流 $I(t)$ とコンデンサーの電荷 $Q(t)$ の関係を求めよ。

問 2-5. 容量 C，抵抗 R を用い，電流 $I(t)$，電荷 $Q(t)$ について微分方程式をたてよ。

問 2-6. 上の微分方程式を解き，電流 $I(t)$ と電荷 $Q(t)$ を求めよ。

問 2-7. 電荷 $Q(t)$ の時間変化をグラフに描け。

問 2-8. $I(t)$ より，抵抗で発生するジュール熱の総量 U を求めよ。

問 2-9. 電極の間の変位電流 $\boldsymbol{i}_d(t)$ を，電流 $I(t)$ で表せ。

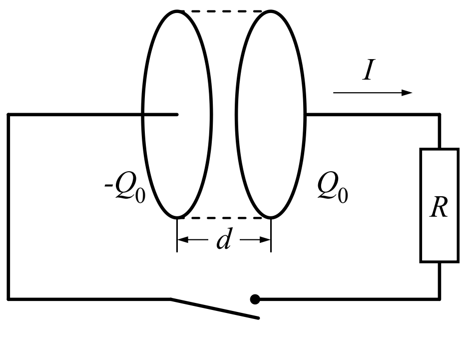

図 2: コンデンサーと電気抵抗からなる回路

問 2-10. 電極間の磁束密度 $\boldsymbol{B}(t)$ を，電流 $I(t)$ で表せ。

問 2-11. コンデンサーの側面（図 2 の点線部分）におけるポインティング・ベクトル $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}$ を，$Q(t)$ と $I(t)$ で表せ。

問 2-12. 極板の電荷がゼロになるまでに，コンデンサーの側面を通過した電磁場のエネルギー W を求めよ。

問 2-13. 問 2-3，問 2-8，問 2-12 の結果を比較し，エネルギーの保存について議論せよ。