電磁気学B　試験問題　—— 文と式を使って説明し，答えを求めよ ——　2014 年 1 月 24 日

1　ホール効果

図 1 のように，xy 平面に平行に金属板をおき，y 軸の正の向きに定常電流を流しながら z 軸の正の向きに磁束密度 $\boldsymbol{B}$（強さ B）の一様な磁場をかけた。金属内の伝導電子（電荷 $-e$）は，磁場によるローレンツの力のため x 軸方向に進路がずれる。その結果，金属板の x 軸方向の側面 S_+ と S_- に正負の電荷が分布し，x 軸方向に電場 $\boldsymbol{E}_\mathrm{H}$ が生じる。y 軸方向に流れる電流が定常なので，側面 $S_\pm$ における電荷分布は一定である。

$$\text{ローレンツの力}\qquad \boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B} \tag{1}$$

問 1-1. 磁束密度 $\boldsymbol{B}$ を成分 (B_x, B_y, B_z) で表せ。

問 1-2. 電流密度の強さを i，伝導電子の数密度を n として，電子の平均速度 $\boldsymbol{v}$ の成分 (v_x, v_y, v_z) を求めよ。

問 1-3. 前問より，電子にはたらくローレンツの力 (1) の第 2 項を成分で表せ。

問 1-4. 前問より，側面 S_+ と S_- に分布する電荷の符号を答えよ。

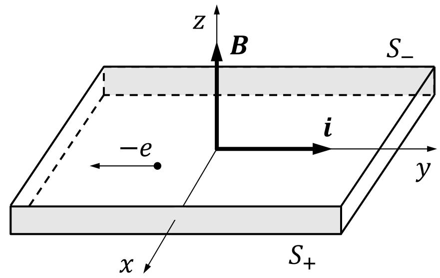

図 1: 金属に磁場（磁束密度 $\boldsymbol{B}$）を加えながら，電流（電流密度 $\boldsymbol{i}$）を流す。

問 1-5. 前問より，電場 $\boldsymbol{E}_\mathrm{H}$ の向きを答えよ。

問 1-6. 伝導電子が電場 $\boldsymbol{E}_\mathrm{H}$ および磁束密度 $\boldsymbol{B}$ から受ける力はつり合う。式 (1) を使い，電場 $\boldsymbol{E}_\mathrm{H}$ の成分を求めよ。

問 1-7. 電流を担うものが伝導電子ではなく正電荷 q の粒子（数密度 n）であったとき，側面 S_+ と S_- に分布する電荷の符号を答え，電場 $\boldsymbol{E}_\mathrm{H}$ の成分を求めよ。

2　振動電流

図 2 のように，交流電源 $\phi(t) = \phi_0\cos\omega t$，電気抵抗 R，コイル L，コンデンサー C を直列につないだ。

問 2-1. 符号（図中矢印の向き）に注意し，抵抗 R の両端の電位差 ϕ_R とコイル L の両端の電位差 ϕ_L を電流 $I(t)$ で表せ。

問 2-2. コンデンサー C の両端の電位差 ϕ_C を，符号に注意し，コンデンサーに蓄えられる電荷 $Q(t)$ で表せ。

問 2-3. 回路を一周すると電位は元に戻ることより，起電力 $\phi(t)$, 電流 $I(t)$, 電荷 $Q(t)$ を使って微分方程式をたてよ。

問 2-4. 電流 $I(t)$ と電荷 $Q(t)$ の関係を求めよ。

問 2-5. 複素数で表した関数 $\widetilde{\phi}(t) = \phi_0\, e^{i\omega t}$，$\widetilde{I}(t) = \widetilde{I}\, e^{i\omega t}$，$\widetilde{Q}(t) = \widetilde{Q}\, e^{i\omega t}$ をそれぞれ $\phi(t), I(t), Q(t)$ とみなして問 2-3 と問 2-4 の式に代入し，$\widetilde{I}, \widetilde{Q}$ の連立方程式を求めよ。

問 2-6. 前問の連立方程式を解き，$\widetilde{I}$ を求めよ。

問 2-7. 回路のインピーダンス $\widetilde{Z} = Z_0 e^{i\theta}$ の絶対値 Z_0 と位相 θ を求めよ。

問 2-8. $I(t)$（$\widetilde{I}(t)$ の実部）の振幅 I_0 を求め，横軸 ω のグラフを描け。

問 2-9. I_0 の最大値を求め，そのときの $\omega = \omega_0$ を L と C を使って表せ。

以下では，$\omega = \omega_0$ とする。

問 2-10. 電流 $I(t)$ と電荷 $Q(t)$ のグラフを，時刻 $t = 0$ から 1 周期だけ描け。

問 2-11. $\phi_\mathrm{C} + \phi_\mathrm{L}$ を求めよ。

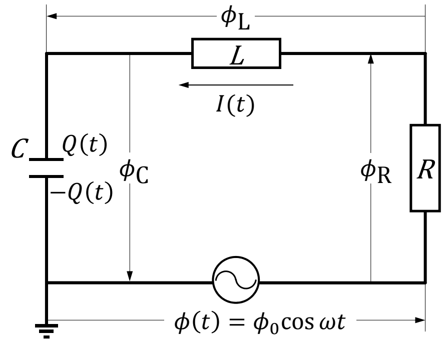

図 2: 起電力 $\phi(t)$ の交流電源，抵抗（電気抵抗 R），コイル（インダクタンス L），コンデンサー（静電容量 C）からなる回路

問 2-12. コンデンサーに蓄えられるエネルギー $\dfrac{1}{2}C\phi_\mathrm{C}^2(t)$ のグラフを描け。

問 2-13. コイルに蓄えられるエネルギー $\dfrac{1}{2}LI^2(t)$ のグラフを描け。

問 2-14. 問 2-12，問 2-13，および，電気抵抗で発生するジュール熱を考慮し，エネルギーの保存について述べよ。