電磁気学 II　試験問題　　2007 年 6 月 27 日

重要 !!　ベクトルとスカラーの違いを明確にする

計算式には十分な説明文を添える

1　直線状の電荷

図 1 のように，無限に長い直線 (z 軸) 上に、電荷が線電荷密度 λ [C/m] で分布している。 真空の誘電率を ε_0 として、以下の問いに答えよ。

問 1-1. xy 平面内で z 軸から距離 r (>0) の点 P における電場を、クーロンの法則 ($\boldsymbol{E}(r) = \dfrac{\rho(\boldsymbol{r}')}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}\Delta V'$) を使って求めよ。

問 1-2. 上の問題を、ガウスの法則 ($\displaystyle\int_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV$) を使って解け。

問 1-3. 上で求めた電場が、$r \neq 0$ において、ガウスの法則 (微分形, $\nabla\cdot\boldsymbol{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$) をみたすことを示せ。

問 1-4. $r \neq 0$ において、渦がないこと ($\nabla\times\boldsymbol{E} = 0$) を示せ。

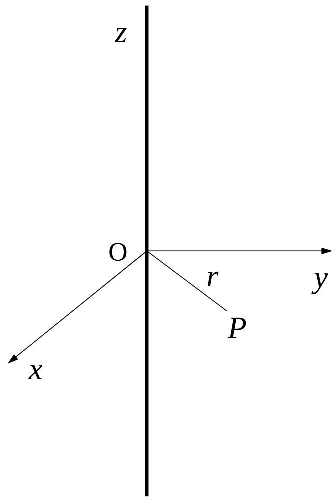

図 1: 直線状の電荷

2　帯電した導体球

電荷量 q に帯電した半径 R の導体球を、その中心が原点と一致するように置いた。

問 2-1. 導体球全体を囲む半径 r $(>R)$ の球面を考え、ガウスの法則 (積分形) を使い、電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ を求めよ。

問 2-2. 荷電粒子に働く力 ($\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$)、ガウスの法則 (微分形)、導体の対称性などをキーワードとし、電荷量 q が導体球の表面に一様に分布することを説明せよ。

問 2-3. 導体球の表面電荷密度 σ を求め、導体表面における電場と表面電荷密度の関係を求めよ。

問 2-4. $\phi(\boldsymbol{r}) = -\displaystyle\int_{\mathrm{OP}} \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{s}$ の関係式より、領域 $r < R$ と領域 $R < r$ における、静電ポテンシャル $\phi(\boldsymbol{r})$ を求めよ。 ここで、P 点における位置ベクトルを $\boldsymbol{r}$ とした。 また、基準点 O を無限遠に選べ。

問 2-5. 上で求めた静電ポテンシャルが、$R < r$ において、ラプラスの方程式 ($\triangle\phi(\boldsymbol{r}) = 0$) をみたすことを示せ。

3　ソレノイドコイル

図 2 のように，ソレノイドコイルに大きさ I の定常電流を流した。コイルは非常に長く、単位長さあたり n 回の割合で導線を巻いてある。

問 3-1. コイル側面の外部の磁場の強さが、$H = 0$ であることを説明せよ。

問 3-2. アンペールの法則 (積分形, $\displaystyle\int_C \boldsymbol{H}\cdot d\boldsymbol{s} = \sum_i I_i$) を使って、コイル内部の磁場の強さ ($\boldsymbol{H}$ の向きと大きさ) を求めよ。

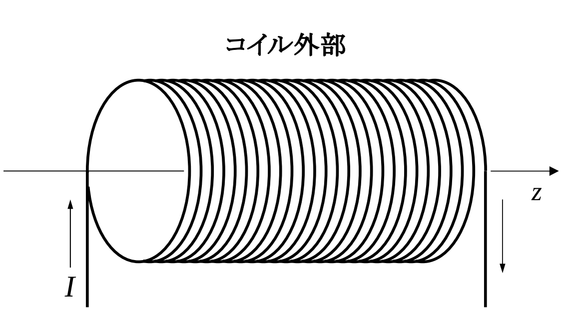

図 2: ソレノイドコイル