電磁気学II演習 解答 No.6

1. No.4の1と同様にGaussの法則を用いる。

(1) 球外($r \geq a$)の電界 E_{out} は

$$E_{out} \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}, \quad E_{out} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

よって、球外の静電ポテンシャル $\phi(r)$ は

$$\phi(r) = -\int_\infty^r E_{out}\,\mathrm{d}r = \underline{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

球内($r < a$)の電界 E_{in} は

$$E_{in} \cdot 4\pi r^2 = \frac{r^3/a^3}{\varepsilon_0} \cdot Q, \quad E_{in} = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 a^3}$$

$$\phi(r) = -\int_\infty^a E_{out}\,dr - \int_a^r E_{in}\,\mathrm{d}r$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{a^2 - r^2}{8\pi\varepsilon_0 a^3} \cdot Q = \underline{\frac{3a^2 - r^2}{8\pi\varepsilon_0 a^3}} \cdot Q$$

(2) 球外($r \geq a$)は(1)と同じ

$$\phi(r) = \underline{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

球内($r < a$):導体の場合、電荷が球表面に集まっているときは球内の電界 $E_{in} = 0$ であるから、球内の $\phi(r)$ は表面の $\phi(a)$ に等しい。

$$\phi(r) = -\int_\infty^a E_{out}\,\mathrm{d}r = \underline{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}}$$

2.

(1)両端での電場の乱れは無視できるから、半径 r $(a < r < b)$ の同軸円筒を考えてGaussの法則を用いると

$$\underline{2\pi r \cdot L \cdot} E(r) = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad \therefore E(r) = \underline{\frac{Q}{2\pi r \varepsilon_0 L}}$$

↑ 考えている同軸円筒の表面積(側面)

(2) $\phi_{P'} - \phi_P = -\int_P^P \{\boldsymbol{E}(r) \cdot \boldsymbol{t}(r)\}\, d$

$\phi(r)$ を r の位置の電位とする。

$$V = \phi(a) - \phi(b) = -\int_a^b E\,\mathrm{d}r = -\int_a^b \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\frac{1}{r}\mathrm{d}r$$

$$= \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\log\frac{a}{b} \qquad \therefore\ \underline{Q = \frac{2\pi\varepsilon_0 LV}{\log(a/b)}}$$