

電磁気学II演習 解答 No.4

1. 単位体積当たりの電荷密度は $\frac{3Q}{4\pi a^3}$

(i) $r \leq a$ (球内部)

半径 r の球に含まれる電荷 $q(r)$ は

$$q(r) = \frac{3Q}{4\pi a^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{r^3}{a^3} Q$$

出て来る電気力線は同心球の表面に垂直だからGaussの法則により

$$\int_S \{ \vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{n}(\vec{r}) \} dS = \frac{q(r)}{\epsilon_0}$$

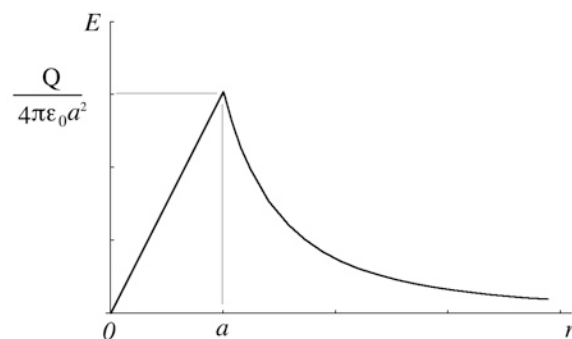
$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q(r)}{\epsilon_0}, \quad E = \frac{q(r)}{4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{Qr}{4\pi \epsilon_0 a^3}$$

(ii) $r > a$ (球外部)

半径 r の球に含まれる電荷は Q 。Gaussの法則より

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$



2. 閉曲面として、軸を電荷の分布する円筒の軸と一致させた半径 r 、高さ l の円管を選ぶ。

(i) $r < R_1$

閉曲面内の電荷は0より、

$$E(r) = 0$$

(ii) $R_1 \leq r \leq R_2$

電荷は $\sigma_1 \times 2\pi R_1 l$,

Gaussの法則より、

$$E(r) \cdot 2\pi r l = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0} 2\pi R_1 l$$

$$\therefore E(r) = \frac{\sigma_1 R_1}{\epsilon_0 r}$$

$$(iii) R_2 \leq r$$

$$\text{電荷は } \sigma_1 \times 2\pi R_1 l + \sigma_2 \times 2\pi R_2 l$$

$$E(r) = \frac{1}{\epsilon_0 r} (\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2)$$

3. 閉曲面として両底面が平面に平行、側面が平面に垂直な平面の両側にまたがる立体を考える。側面は電気力線に平行なので $E = 0$

$$\text{両底面は} \quad E \cdot 2S = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \sigma S$$

$$\therefore E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

