

電磁気学II演習 解答 No.2

1. 球面座標で考える。微分体積は $r \sin \theta d\varphi \cdot r d\theta \cdot dr = r^2 \sin \theta d\varphi d\theta dr$

$$\begin{aligned} M &= \iiint_{\text{球の体積}} \frac{k}{r} \cdot r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi \\ &= k \left(\int_0^a r dr \right) \left(\int_0^\pi \sin \theta d\theta \right) \left(\int_0^{2\pi} d\varphi \right) = k \cdot \frac{a^2}{2} \cdot 2 \cdot 2\pi \\ &= 2k\pi a^2 \end{aligned}$$

よって平均密度は

$$2k\pi a^2 \div \frac{4}{3}\pi a^3 = \frac{3k}{2a}$$

2. 点電荷 Q が点 A の電荷から受ける力 F_A は

$$F_A = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{a^2 + y^2}$$

同様に

$$F_B = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{a^2 + y^2}$$

力の向きを考えて F_A と F_B を合成すると

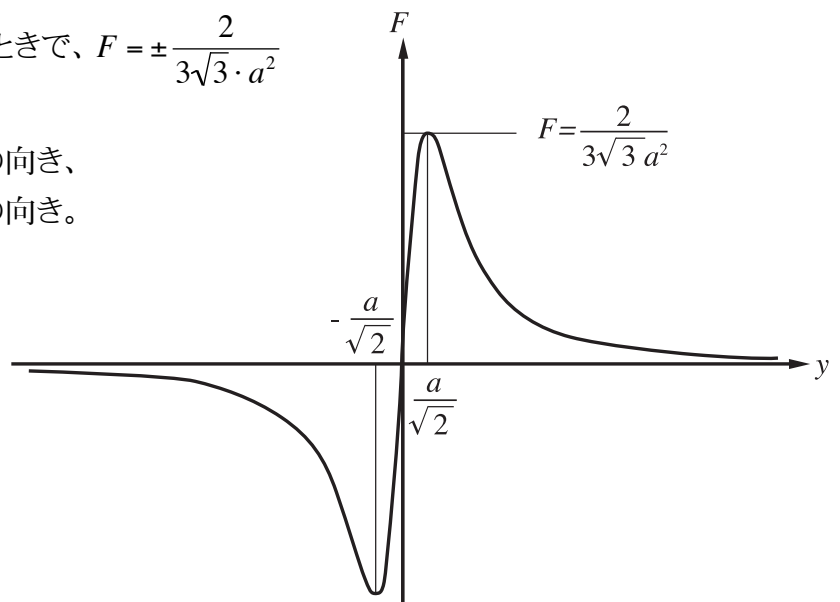
$$F = F_A \cdot \frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}} + F_B \cdot \frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}} = \frac{qQ}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{y}{(a^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$\frac{dF}{dy} = \frac{qQ}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{a^2 - 2y^2}{(a^2 + y^2)^{5/2}}$$

$$\frac{dF}{dy} = 0 \text{ は } y = \pm \frac{a}{\sqrt{2}} \text{ のときで、 } F = \pm \frac{2}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{qQ}{a^2}$$

F の向きは $y > 0$ のとき y 軸正の向き、

F の向きは $y < 0$ のとき y 軸負の向き。



3. $\vec{A} \times \vec{B} = (1, 3, -2)$