

問1

電気伝導率を $\sigma (=1/\rho)$ として、電気力線が並行であると仮定。電界の強さ E 、極板面積 S 、電荷 $\pm Q$ 、電位差 V とすると、電荷密度 εE 、電流密度 σE であるから

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon ES}{V}, \quad I = \sigma ES$$

$$\therefore R = \frac{V}{I} = \frac{\frac{\varepsilon ES}{C}}{\sigma ES} = \frac{\varepsilon}{\sigma C} = \frac{\varepsilon \rho}{C}$$

問2

半径 r 、厚さ dr の共軸円筒の部分の抵抗 dR は、電流方向の長さ dr 、断面積 $2\pi r l$ であるから

$$dR = \frac{1}{\sigma} \frac{dr}{2\pi r l}$$

$$R = \int dR = \int_a^b \frac{1}{2\pi \sigma l} \frac{1}{r} dr = \frac{1}{2\pi \sigma l} \log \frac{b}{a}$$

電位差は

$$V = RI = \frac{I}{2\pi \sigma l} \log \frac{b}{a}$$

別解：誘電率 ε の物質を詰めた場合は

$$C = 2\pi \varepsilon l / \left(\log \frac{b}{a} \right)$$

$$R = \frac{\varepsilon}{\sigma C} = \frac{I}{2\pi \sigma l} \log \frac{b}{a}$$

問3

問2と同様に、半径 r 、厚さ dr の同心球殻を考える。抵抗は長さ dr 、面積 $4\pi r^2$ より

$$dR = \rho \frac{dr}{4\pi r^2}$$

$$\therefore \text{抵抗は } R = \int_a^b \frac{\rho}{4\pi} \frac{1}{r^2} dr = \frac{\rho}{4\pi} \left[-\frac{1}{r} \right]_a^b = \frac{\rho}{4\pi} \frac{b-a}{ab}$$

$$\therefore \text{電流は } I = \frac{V}{R} = \frac{4\pi V}{\rho} \frac{ab}{b-a}$$

