

第1問 基礎数学

問1.

p, q, r を実数とするとき、次の関数 $f(x_1, x_2)$ について、以下の問いに答えよ。

$$f(x_1, x_2) = px_1^2 + 2qx_1x_2 + rx_2^2$$

(1) 2行2列の行列 A の成分を以下のように定める。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix}$$

行列 A が以下の関係を満たすとき、 A の成分 a_{11}, a_{12}, a_{22} を求めよ。

$$(x_1 \ x_2)A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = f(x_1, x_2)$$

(2) p, q, r が以下の値であるとする。

$$p = \frac{13}{4}, \quad q = \frac{3\sqrt{3}}{4}, \quad r = \frac{7}{4}$$

このとき、次の関係を満たす実数 λ_j ($j = 1, 2$) およびベクトル \bar{u}_j ($j = 1, 2$) を求めよ。

$$A\bar{u}_j = \lambda_j\bar{u}_j.$$

ただし、 $\lambda_1 < \lambda_2$ とする。

(3) 2行2列の直交行列 U を次式により定める。

$$AU = U \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$$

このとき、前問のベクトル \bar{u}_j ($j = 1, 2$) の成分を用いて、直交行列 U を求めよ。

第1問 基礎数学 つづき

(4) 前問の直交行列 U を用いて、座標系 $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ と $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ との間の次のような座標変換を考える。

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = U^{-1} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

このとき、次式が成り立つことを示せ。

$$f(x_1, x_2) = \lambda_1 y_1^2 + \lambda_2 y_2^2$$

問2.

x を実数とするとき、周期関数 $f(x)$ が、次のようにフーリエ級数に展開されている。

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right).$$

ここで、 L は実数の定数であり、 $k=0, 1, 2, 3, \dots$ とするとき、

$$a_k = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos \frac{k\pi x}{L} dx,$$
$$b_k = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin \frac{k\pi x}{L} dx,$$

である。以下の問いに答えよ。

(1) $f(x) = f(x+2L)$ であることを示せ。

平成27年度 大学院生命理学研究科 入学試験
専門科目 問題

第1問 基礎数学 つづき

(2) 次式が成り立つことを示せ。

$$\frac{1}{2L} \int_{-L}^L [f(x)]^2 dx = \frac{1}{4} a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} b_m^2.$$

必要ならば以下の関係式を用いてよい。

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \sin nx dx = \begin{cases} 0 & (n \neq m) \\ \pi & (n = m) \end{cases},$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx dx = \begin{cases} 0 & (n \neq m) \\ \pi & (n = m) \end{cases},$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \cos nx dx = 0.$$

ここで、 m, n は自然数である。

(3) 周期2の周期関数 $g(x)$ を以下のように定めるとき、 $g(x)$ を図示せよ。

$$-1 \leq x < 1 \text{ のとき } g(x) = x,$$

$$g(x) = g(x+2)$$

(4) 周期関数 $g(x)$ をフーリエ級数に展開せよ。

(5) (2) と (4) の結果を用いて、以下の関係が成り立つことを示せ。

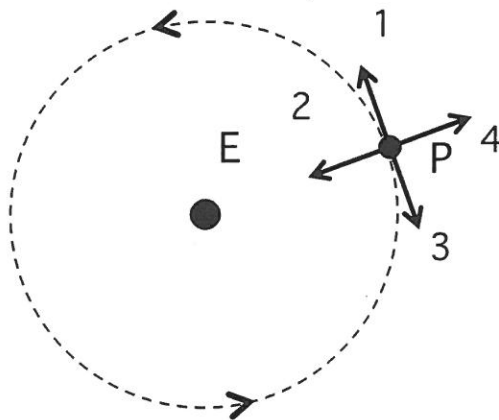
$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

第2問 基礎物理学

次の問1から問4に答えよ。どの問いについてもA、B、C、Dのいずれかを解答用紙に記入して答えること。

問1. 下の図は地球Eと、その回りを円軌道で回っている人工衛星Pとの関係を模式的に示したものである。Pの軌道面上での動きについて見ると、Pは破線で示した軌道を、書き込まれた矢じりの向きに、一定の速度の大きさに回っている。この時、Pに働く正味の力の方向は、軌道面内に示された矢印1~4のいずれか。なお、地球E、人工衛星Pとも質点として近似して良い。

選択肢： (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4



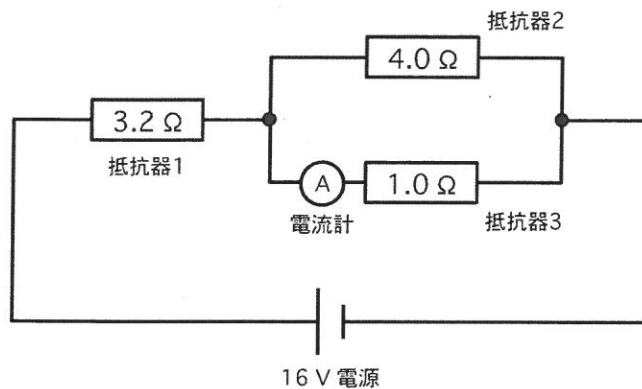
問2. 波長500 nmの単色光の光子1個の持つエネルギー(単位: J)はいくらか。ただし、プランク定数 $h = 6.63 \times 10^{-34}$ Js、光速 $c = 3.00 \times 10^8$ ms⁻¹ とする。有効数字は2桁とする。

選択肢： (A) 1.1×10^{-48} (B) 9.9×10^{-32} (C) 4.0×10^{-19}
(D) 3.3×10^{-15}

第2問 基礎物理学 つづき

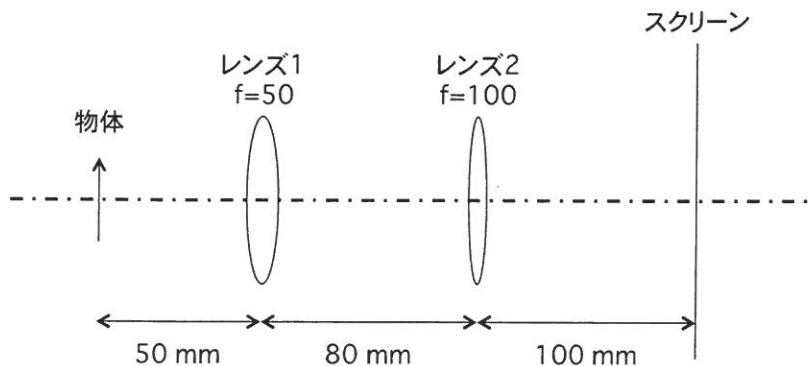
問3. 下の図は3個の抵抗器、1個の電源、1個の電流計からなる電気回路である。電流計に流れる電流(単位:A)を求めよ。ただし、抵抗器以外に電気抵抗は存在しないとする。

選択肢: (A) 0.80 (B) 1.6 (C) 2.4 (D) 3.2



問4. 下の図は、2枚の薄い凸レンズ(レンズ1と2の焦点距離は、それぞれ $f = 50\text{ mm}$ および 100 mm) とスクリーンからなる光学系であり、左側にある物体(矢印で表す)の像が右側のスクリーンに投影されている。左側の物体の長さを 10 mm とするとき、右側のスクリーンに投影される像の長さ(単位: mm)はいくらか。ただし、レンズの収差は無視できるとする。

選択肢: (A) 10 (B) 20 (C) 40 (D) 80



平成27年度 大学院生命理学研究科 入学試験
専門科目 問題

第3問 基礎化学

以下の問1および問2に答えよ。

問1. 次の化学反応式 (a) について、(1) から (5) の問いに答えよ。



(1) この反応を触媒する酵素名を日本語か英語で答えよ。

(2) NAD の正式な名称を日本語か英語で答えよ。

(3) これらの反応物で、酸化されるものおよび還元されるものを答えよ。

(4) 次の2つの生化学的半反応の標準還元電位より、反応 (a) の標準酸化還元電位はいくらになるか求めよ。また、標準条件下で (a) の反応は、熱力学的にみて安定に進む反応か不安定な反応か、自由エネルギーの変化から考察して答えよ。



(5) NADPH は、NADH とどのような点で異なっているか、構造上の違いおよび生体反応における役割 (利用のされ方) の違いについて答えよ。

第3問 基礎化学 つづき

問2. 次の文を読み、(1) から (5) の問いに答えよ。

ある酸 HA を水に溶かしたとき、次の (b) で示す平衡状態になる。



この平衡定数 K は、 $K = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}][\text{H}_2\text{O}]}$ で表される。

水の濃度 $[\text{H}_2\text{O}]$ は、圧倒的に高いので平衡式 (b) において、水の濃度は一定と
考えて良い。

$K_a = K[\text{H}_2\text{O}]$ として、酸解離定数 K_a を定義すると、

$$K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]} \text{ で表される。}$$

- (1) 解離定数 K_a が小さい程、強い酸か弱い酸かどちらか答えよ。
- (2) 水の濃度は、通常、何 M 濃度か答えよ。
- (3) $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]$ 、 $\text{p}K_a = -\log K_a$ として、ヘンダーソン・ハッセルバルヒの式を示せ。
- (4) この酸 HA の K_a が 10^{-4} である。酸 HA の半分が解離しているときの pH はいくらか答えよ。
- (5) pH が 3 のとき、酸 HA が解離している割合はいくらになるか答えよ。

第4問 基礎生物学

以下の問いに答えよ。

問1. キチンは多糖類であるが、何という単糖が重合したものか答えよ。また、生物界でどのようなところでキチンが見られるか、生物名とその構造体の名称を記せ。

問2. ビタミンCが補酵素となる酵素の名称と、その酵素の基質、触媒する反応について述べよ。

問3. 細胞内で膜小胞を微小管に沿って輸送するモータータンパク質の名称を2つ記せ。

問4. ヒトの中間径フィラメントを構成するタンパク質の名称を3つ記せ。そのタンパク質が構成する構造体の名称もそれぞれ記すこと。

問5. ヒト細胞に見られる細胞接着の構造を3つ記せ。

問6. 軟骨を構成する細胞外マトリクスに含まれる物質のうち、タンパク質ではない生体高分子の名称を2つ記せ。

問7. 血糖値を制御するホルモンの名称を2つ記せ。これらのホルモンを産生する細胞の名称もそれぞれ記すこと。

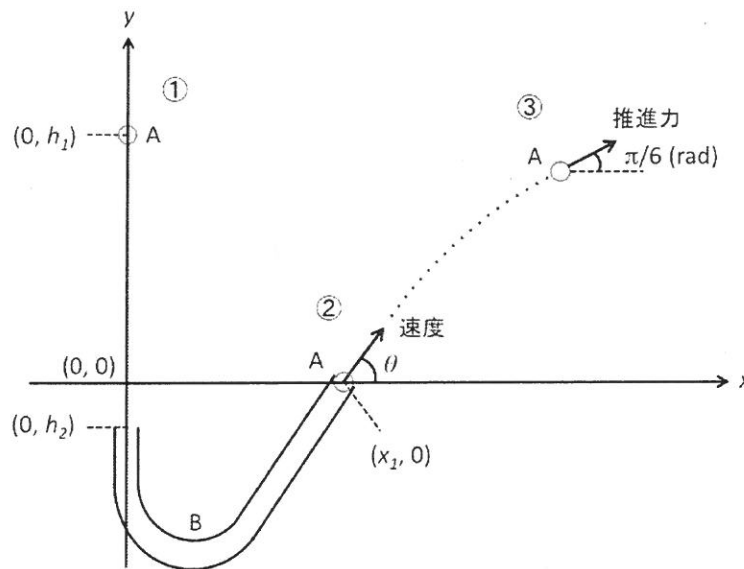
問8. 受容体型チロシンキナーゼの名称を2つ記せ。それぞれが結合するリガンド（シグナル物質）の名称も記すこと。

問9. GPCR が機能している生命現象を3つ挙げよ。また、二次メッセンジャーの名称を4つ挙げよ。

第5問 物理学 (力学分野)

以下の文章を読み、各問いに答えよ。ただし、文章中の量は国際単位系により表されるものとする。

下図のような鉛直上向きを正とする y 軸と水平方向右向きを正とする x 軸からなる二次元直交座標系 (以下、 xy 座標系) を考える。質量 m の物体 A の重心は、時刻 $t = 0$ において図中の①に示すように位置 $(0, h_1)$ にあり、初速度 0 で落下を開始する。物体 A の重心は xy 座標系で表される平面 (以下、 xy 平面) 内を動き、回転運動はしないものとする。また、運動の過程において浮力、抵抗力および摩擦力の影響は無いものとする。重力加速度の大きさは g とする。



問1. 自由落下により物体 A の重心が位置 $(0, h_1)$ から位置 $(0, h_2)$ まで移動する運動を考える。物体 A の重心が位置 $(0, h_2)$ に到達する時刻を求めよ。

第5問 物理学（力学分野） つづき

問2. 位置 $(0, h_1)$ から自由落下した物体Aは、その重心が位置 $(0, h_2)$ に達したときに、図に示すような形の両端が開いたパイプBに滑らかに進入し、パイプBに沿って運動する。図中の②に示すように、パイプBの終端における物体Aの重心の位置は $(x_L, 0)$ 、このときに物体の速度の方向が x 軸の正方向に対してなす角度は θ である。角度 θ は $\pi/2$ (rad) $> \theta > 0$ (rad)の範囲にあるものとする。パイプBの終端における物体Aの速度を求めよ。

問3. 問2に示した運動により物体Aの重心が位置 $(0, h_2)$ から位置 $(x_L, 0)$ まで移動する間に、物体Aが受ける力積を求めよ。

問4. 問2に示した運動によりパイプBを通過した物体は、図に示すように斜めに空中に投げ上げられる。物体Aの重心が位置 $(x_L, 0)$ に達した時刻以降、図中の③に示すように、 xy 平面内で x 軸の正方向に対して $\pi/6$ (rad)の角度をなす方向に大きさ $m \cdot g$ の推進力が継続して物体Aに作用する。物体Aの重心が到達するもっとも高い位置の座標の y 成分を求めよ。ただし、物体Aの質量は変化しないものとする。

第6問 物理学 (電磁気学分野)

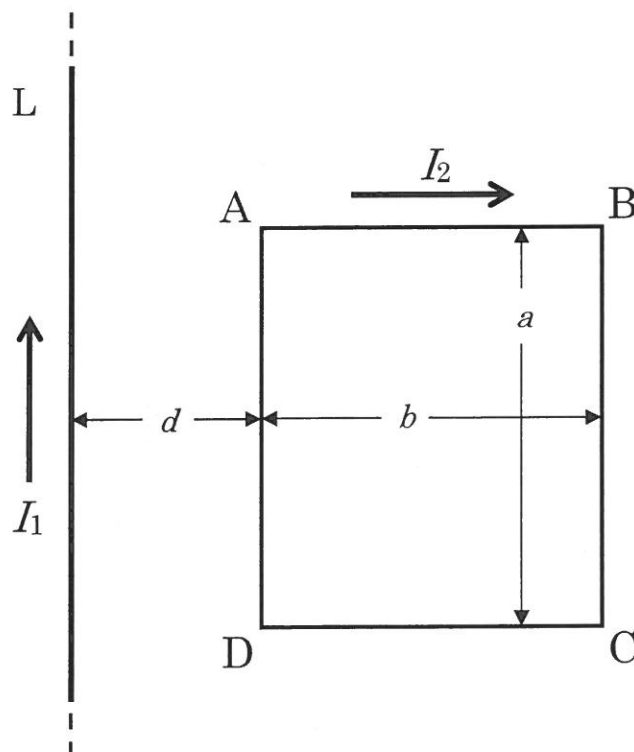
以下の文章を読み、各問いに答えよ。

下図のように、十分長い直線の導線 L と長方形のコイル $ABCD$ が同一平面内に置かれている。なお、導線 L とコイルの辺 DA とは平行である。また、 L と DA との距離を d 、辺 AB の長さを b 、辺 BC の長さを a とする。初期状態では、導線とコイル何れにも電流は流れていない。また、それらの直径は無視して良い程小さいものとする。

問1. 導線 L に矢印の向きに電流 I_1 (A) を流す。この電流を切る瞬間、コイルの DA にどちら向きの電流が流れるか答えよ。

問2. 導線 L には矢印の向きに電流 I_1 (A)、コイル $ABCD$ には矢印の向きに電流 I_2 (A) が流れている時、電流 I_1 がコイルの AB 、 BC 、 CD 、 DA 各辺に及ぼす力の向きをそれぞれ答えよ。

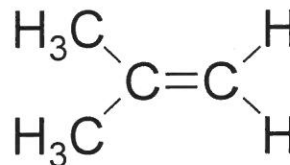
問3. 問2と同様に電流 I_1 (A)、電流 I_2 (A) が流れている時、電流 I_1 がコイル全体に及ぼす力の大きさと向きを答えよ。真空の透磁率を μ_0 とする。



第7問 化学 (生化学・有機化学分野)

問1. 不飽和炭化水素への付加反応について下記の問いに答えよ。

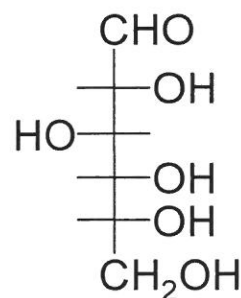
- (1) 下に示す二重結合を含む化合物 (a)に、塩化水素 (HCl) が付加する反応の生成物を、構造異性体が区別可能なように表記しなさい。
- (2) (1) の反応生成物を予測する経験則は、発見者にちなんでなんと呼ばれているか答えよ。
- (3) (2) の経験則はどのような内容のものか説明せよ。
- (4) その経験則の反応機構としてどのようなことが考えられるか、論述しなさい。論述の際のキーワードとして、次が考えられる (不要なものも含まれている)。共鳴、 π 電子、中間状態、炭素陽イオン、炭素陰イオン、求電子付加反応、電子供与性、安定性、活性化エネルギー、触媒、炭化水素基、電子求引性、酸性、平衡状態



化合物 (a)

問2. 糖について以下の問いに答えよ。

- (1) 下図右は D-グルコースを Fisher 投影式で表記したものである。D-グルコースについて、その表記法のルールを説明しなさい。
- (2) L-グルコースを Fischer 投影式で書きなさい。
- (3) D-グルコースのエナンチオマー、エピマー、ジアステレオマーを表記しなさい。複数考えられる場合にはそのうちの一つだけで可とする。
- (4) D-グルコースは、水溶液では分子内で環状構造を形成し、複数の立体異性体を含む平衡状態となる。その平衡状態を、化学式で表記しなさい。
- (5) α -D-グルコースの水溶液は変旋光を起こす。変旋光とはなにか、またその要因について論述しなさい。
- (6) グルコースが構成単位となる多糖類2種について、化学構造、物性、生物にとっての有用性などを論述しなさい。



D-グルコース

第8問 化学 (物理化学分野)

以下の文章 (A)、(B) を読んで、問1から問5に答えよ。

(A) 物質には固相、液相、気相の3つの状態がある。図1は、横軸に温度、縦軸に圧力をとり、 H_2O が各温度、各圧力でどの状態にあるかを表したものである。ある温度、ある圧力のもとでどの相になるかは Gibbs の自由エネルギー G によって決まり、固相、液相、気相のうち(1)のものが実現される。曲線 AT、BT および CT 上では、線をはさむ両側の相の化学ポテンシャル μ は (2)、2相

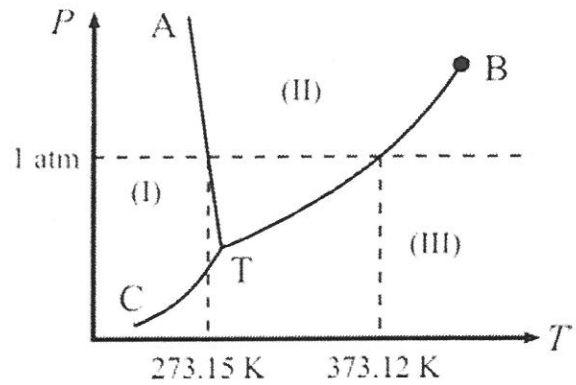


図1

は共存することができる。点 T では3つの相が共存できるが、この点は (3) とよばれ、この時の温度を 273.16 K とするのが単位 K の基準となっている。ある相から別の相へと変わること (4) とよび、例えば H_2O では、1 atm, 273.15 K で (I) 相から (II) 相への (4) が起こる。図の T から B に沿って高温の領域で圧力を上げていくと (III) 相の分子どうしは密集し、体積は減少していく。やがて点 B (218.3 atm, 647.3 K) で (II) 相とのモルあたり体積の差がなくなると、もはや両者の区別ができなくなる。この点を (5) とよぶ。

(B) 圧力 P_0 での沸点を T_0 、このときの潜熱を L とする。そこから圧力を ΔP 増やすと沸点が ΔT だけ増えたとする。そこでは液相と気相の化学ポテンシャル変化 $\Delta\mu_{(l)}$ と $\Delta\mu_{(g)}$ は等しくなければならないので、それぞれの相のエントロピーおよび体積を $S_{(l)}$, $S_{(g)}$, $V_{(l)}$, $V_{(g)}$ とすると

$$-S_{(l)}\Delta T + V_{(l)}\Delta P = (6) + (7)$$

となる。これを変形すると

$$\Delta T / \Delta P = (V_{(g)} - V_{(l)}) / (S_{(g)} - S_{(l)}) \approx (9) \times (V_{(g)} - V_{(l)}) / L$$

が得られる。 $V_{(g)}$ は $V_{(l)}$ に比べて十分大きいので $V_{(g)} - V_{(l)} \approx V_{(g)}$ とみなし、この気体が理想気体であるとすると、

$$\Delta T / \Delta P = (9) \times V_{(g)} / L = R \times T_0^2 / (L \times (10))$$

と表現できる (ただし R は気体定数)。

第8問 化学 (物理化学分野) つづき

問1. 文章 (A) の空欄 (1) から (5) に入る最も適当な語句を下記の語群 (ア) から (コ) の中からひとつ選んで記号で答えよ。また、(I)、(II)、(III) 相は、固相、液相、気相のいずれであるか答えよ。

(ア) 相分離、(イ) 変曲点、(ウ) 等しく、(エ) G が最大、(オ) 異なり、(カ) 転移点、(キ) 相転移、(ク) G が最小、(ケ) 臨界点、(コ) 3重点

問2. Gibbs の自由エネルギー G は、全エネルギー U 、圧力 P 、体積 V 、温度 T 、エントロピー S 、化学ポテンシャル μ 、モル数 N とすると $G=U+PV-TS=\mu N$ と記述される。このとき G の微小変化 ΔG を P 、 V 、 T 、 S 、 μ 、 N を用いて表せ。ただし $\Delta U=T\Delta S-P\Delta V+\mu\Delta N$ であり、2つの物理量 (A と B) の積 (AB) の微小変化 $\Delta(AB)$ は、 $\Delta(AB)\approx A\Delta B+B\Delta A$ で近似して良い。

問3. 図2は、一定圧力下での液相および気相の化学ポテンシャル $\mu_{(l)}$ および $\mu_{(g)}$ の温度依存性を表している。 H_2O は圧力が上がると沸点が上がる。この理由を図2および問2の結果を用いて説明せよ。ただし、系への分子の出入りはないものとする。

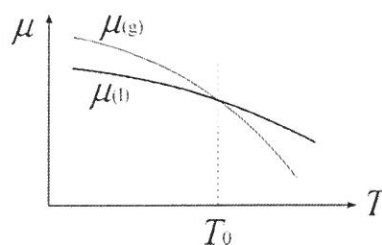


図2

問4. 文章 (B) の (6) から (10) に適切な記号を入れて各式を完成させよ。

問5.1 気圧、 $100\text{ }^\circ\text{C}$ での H_2O の潜熱(気化熱)は 41.0 kJmol^{-1} である。標高 3776 m での気圧はおおよそ 0.650 気圧であるが、この時 H_2O の沸点はいくらになるか計算せよ。1気圧= $1.013\times 10^5\text{ Pa}$ (1013 hPa)、気体定数は $8.31\text{ J K}^{-1}\text{ mol}^{-1}$ とし、水蒸気は理想気体とする。計算時の有効数字は3桁とする。

第9問 生物学（細胞・発生分野）

以下の文章を読み、各問いに答えよ。

動物の発生とは、受精卵から成体になるまでの過程のことである。数十年前には、その分子メカニズムはほとんどわかっていなかったが、様々なモデル生物をもちいた遺伝学や、逆遺伝学の手法を用いた研究の急速な発展により、その基本的な仕組みが次々に明らかにされた。

問1.

(1) 骨格筋細胞が分化するために、鍵となるような分子を見つけるために研究者達がおこなった、培養細胞を用いた実験法を簡潔に述べよ。

(2) 実際に見つかった分子は、一般的にどのような機能をもったタンパクであったかを述べよ。

(3) 分子の名称を一つ述べよ。

問2.

(1) 初期発生において、神経細胞が一度にたくさん分化してしまわないように制限するために働く仕組みを、簡潔に（できれば一言で）述べよ。

(2) その分子機構が発見された研究法を簡潔に述べよ。

(3) これらの分子は膜表面上に存在して、互いに相互作用する。それらの名称を、リガンドとレゼプターについて、それぞれ一つずつ述べよ。

(4) これらがどのように働くかを概説せよ。

問3.

(1) 脊椎動物の神経管の最も腹側にある特殊な上皮状の細胞の名称を述べよ。

(2) この細胞が分泌するシグナル分子を2つあげよ。

(3) それぞれの分子の細胞分化あるいは神経回路形成における役割を概説せよ。

第10問 生物学 (分子生物学・構造生物学分野)

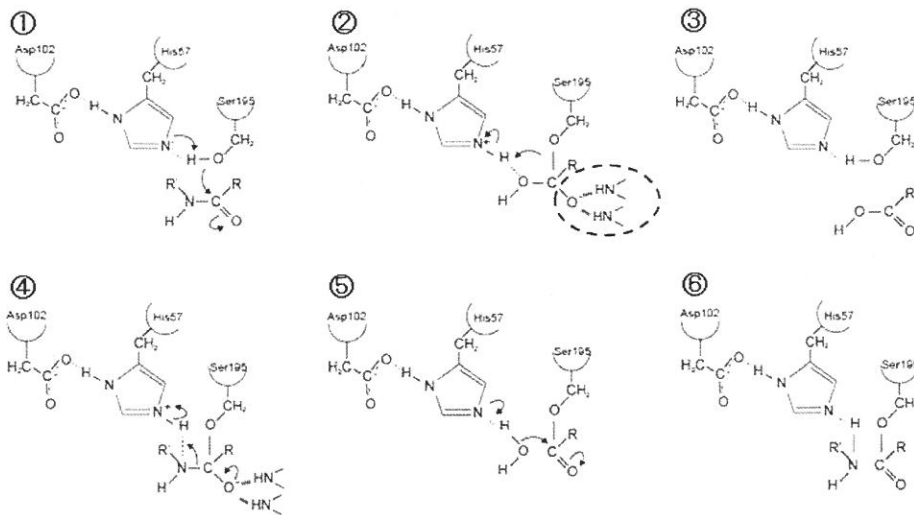
以下の文章を読み、各問いに答えよ。

タンパク質は細胞が有する機能の大部分を担う生体高分子であり、その立体構造により特異的な機能を獲得している。生体内において、触媒として機能する酵素は特定の物質に対して作用するための構造を持ち、タンパク質の修飾や分解に加え DNA の合成や修復にも関わっている。これらタンパク質の機能の解析は、タンパク質を単離して試験管中で研究するとともに、タンパク質がその遺伝子の変異や欠失によって機能を失った変異生物の性質を調べることで行われる。また、新規なタンパク質の機能は既知のタンパク質配列と比較することで予測できる。

問1.

- (1) タンパク質の立体構造を決定する解析方法を3つ記せ。
- (2) (1) であげた解析方法の利点と欠点を、それぞれ簡単に記せ。
- (3) (1) の解析に用いられる放射線の名称を記せ。

問2. タンパク質分解酵素は触媒機構の特徴により分類される。図はセリンプロテアーゼであるキモトリプシンの触媒機構を示した図である。



- (1) ①を反応の最初の状態としたとき反応はどのように進行するか②～⑥を反応の順に並べよ。

平成27年度 大学院生命理学研究科 入学試験
専門科目 問題

第10問 生物学 (分子生物学・構造生物学分野) つづき

問2.

(2) 図②の丸で囲った部分はタンパク質分解においてどのような役割を果たしているか、また何と呼ばれるか答えよ。

(3) 図④、⑤は反応過程においてどのような状態か、それぞれ簡単に説明せよ。

(4) 金属プロテアーゼにおいて求核攻撃を行うと考えられている分子の名前を記せ。

(5) セリンプロテアーゼ、金属プロテアーゼ以外にどのような触媒機構のタンパク質分解酵素があるか2つ記せ。

問3. 放射線照射や強い酸化剤などにより、DNA二重らせんの両方の鎖が同時に切断するような損傷がおこる場合がある。

(1) このような損傷がチミン二量体形成によるDNA損傷より危険な理由を記せ。

(2) このような場合の修復としてヒトの体細胞で最もよく使われる修復方法の名称をあげ、どのような修復方法か簡単に答えよ。

(3) 相同組換えによるDNA修復が(2)の方法よりすぐれている点をあげよ。また、切断された二本鎖の相同組換えはどのように起こるか簡単に説明せよ。

問4.

(1) 細胞抽出液からタンパク質を単離する際に用いるクロマトグラフィーに関して、例にならってその名称(種類)を3つあげ、それぞれのクロマトグラフィーではどのような原理を利用して分離しているかを簡単に説明せよ。

例、名称：アフィニティークロマトグラフィー

原理：単離したいタンパク質の特異的な性質を利用して分離する。マルトース結合タンパク質の持つ、マルトースに対する親和性を利用する。

(2) あるタンパク質の配列を既知のタンパク質データベースを用いて比較したところ、共通の祖先から進化したタンパク質が見付かった。このような進化を何と呼ぶか答えよ。また、これに対して、もともと無関係の遺伝子が似た構造または触媒活性を持つタンパク質を生み出すように働く進化を何と呼ぶか答えよ。